

Bungee Jumping

Eine Frau mit einer Masse von 60kg springt von einer 90m hohen Brücke. Dabei hängt sie an einem 35m langen Seil, das eine Federkonstante von 175 N/m besitzt.

1. Geben Sie die Energieumwandlungen beim Sprung an.
2. In welche Höhe stoppt der Sprung.

Geg.: $m=60\text{kg}$, $h=90\text{m}$, $l=35\text{m}$, $D=175\text{ N/m}$

Ges.: v_{max} und h_{min}

Energieumwandlungen:

$$E_{\text{pot}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow E_{\text{span}}$$

Hinweis: Es wird aber nur ein Teil der potenziellen Energie in kinetische Energie umgewandelt. Ein Teil wird auch in Spannenergie umgewandelt. Am Ende des Fluges ist die gesamte Energie nur noch Spannenergie (bezogen auf h_{min}).

Energieansatz für die Berechnung der maximalen Geschwindigkeit:

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$

Einsetzen der beiden Formeln liefert:

$$m \cdot g \cdot l = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Auflösen nach der Geschwindigkeit ergibt:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot l}$$

Einsetzen der Zahlen:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 35 \text{ m}} = 26,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
 Die maximale Geschwindigkeit beträgt 26,2 m/s.

Energieansatz für die Berechnung des Umkehrpunkts beim Sprung:

$$E_{pot} = E_{Span}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_{max}^2 \quad \text{mit } h = l + s_{max} \quad \text{ergibt sich:}$$

$$m \cdot g \cdot (l + s_{max}) = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_{max}^2$$

Diese Gleichung müsste nach s aufgelöst werden, aber es ist eine quadratische Gleichung, die sich mit der p-q-Formel lösen lässt.

$$m \cdot g \cdot (l + s_{max}) = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_{max}^2 \quad \text{Ausmultiplizieren der Klammer ergibt:}$$

$$m \cdot g \cdot l + m \cdot g \cdot s_{max} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_{max}^2 \quad \text{Multiplikation mit -2 und Division durch D ergibt:}$$

$$\frac{-2 \cdot m \cdot g \cdot l}{D} - \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot s_{max}}{D} = -s_{max}^2 \quad \text{Addition von } s^2 \text{ ergibt:}$$

$$s_{max}^2 - \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot s_{max}}{D} - \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot l}{D} \quad \text{damit gilt für p und q:}$$

$$p = \frac{-2 \cdot m \cdot g}{D} \quad q = \frac{-2 \cdot m \cdot g \cdot l}{D} \quad \text{Damit lässt sich die p-q-Formel aufstellen:}$$

$$s_1 = \frac{m \cdot g}{D} + \sqrt{\left(\frac{m \cdot g}{D}\right)^2 + \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot l}{D}} \quad \text{und} \quad s_2 = \frac{m \cdot g}{D} - \sqrt{\left(\frac{m \cdot g}{D}\right)^2 + \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot l}{D}}$$

Als Ergebnisse ergeben sich:

Berechnen Sie s_1 und s_2 und entscheiden Sie, welches Ergebnis das Richtige ist. Schicken Sie mir Ihre Ergebnisse mit Ihrer Entscheidung per Mail.