Der schräge Wurf

Beim schrägen Wurf überlagern sich wieder 2 Bewegungsarten.

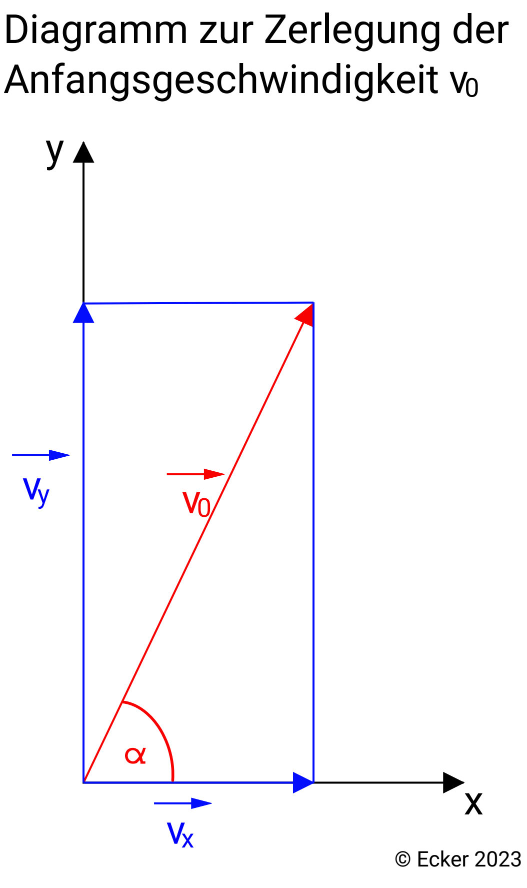
In x-Richtung ist es die geradlinig gleichförmige Bewegung, wie beim waagerechten Wurf und in y-Richtung ist es die gleichmäßig beschleunigte Bewegung, wie beim senkrechten Wurf.

Die Gleichungen diese Bewegungsarten hatten wir schon und können verwendet werden:

$s_x = v_0 \cdot t$ und $t = \sqrt{\left(\frac{2h}{g}\right)}$ für den waagerechten Wurf

$s_y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ und $t_h = \frac{v_0}{g}$ für den senkrechten Wurf

Die schräg gerichtete Anfangsgeschwindigkeit kann in 2 Komponenten (senkrecht und waagerecht) zerlegt werden. Dazu werden die Winkelfunktionen Sinus und Cosinus benötigt.



Wendet man die Definitionen der Winkelfunktionen
$\sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypothenuse}$ und $\cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypothenuse}$

auf diese Grafik an, so erhält man die folgenden Gleichungen:

Für die Anfangsgeschwindigkeit in x-Richtung gilt: $\boxed{v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha)}$

Damit ergibt sich für den Weg in x-Richtung: $s_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$

Für die Anfangsgeschwindigkeit in y-Richtung gilt: $\boxed{v_y = v_0 \cdot \sin(\alpha)}$

Damit ergibt sich für den Weg in y-Richtung: $s_y = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Es fehlt jetzt noch die Flugzeit t damit wir die Wurfweite berechnen können.

Für die Höhe s_y beim Aufschlag auf dem Boden gilt: $s_y = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0$

Diese Gleichung kann nach der Zeit t aufgelöst werden, dazu wird zuerst der quadratische Term auf die rechte Seite gebracht:

$v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ Anschließend löst man nach t auf:

$\boxed{t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}}$ Mit dieser Formel kann jetzt die Wurfweite berechnet werden.

Dazu setzten wir die hergeleitete Zeit t in die Formel für s_x ein:

$s_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{2 \cdot v_0}{g} \cdot \sin(\alpha)$ zusammenfassen ergibt dann:

$s_x = 2 \frac{v_0^2}{g} \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$ oder $\boxed{s_x = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin^2(2\alpha)}$ Im letzten Schritt wird eine Additionstheorem verwendet:

$2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = \sin(2\alpha)$

Beispiel:
Ein Fußball wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 70km/h unter einem Winkel von 14° vom Boden geschossen. Wie lang dauert der Flug und wie weit fliegt der Ball?
geg.: v_0= 70km/h = 19,44m/s , α =14° ges.: t , s_x

Zuerst wird die Zeit t berechnet: $t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \cdot 19{,}44\, m/s \cdot \sin(14°)}{9{,}81\, m/s^2} = 0{,}958\, s$ Die Flugzeit beträgt 0,958 Sekunden.

Berechnung der Wurfweite:

$s_x = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin^2(2\alpha) = \frac{(19{,}44\, m/s)^2}{9{,}81\, m/s^2} \cdot \sin(2 \cdot 14°) = 18{,}1\, m$ Der Fußball fliegt 18,1 Meter weit.