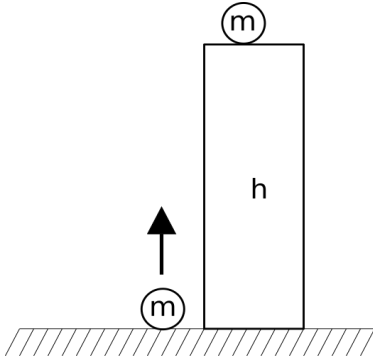
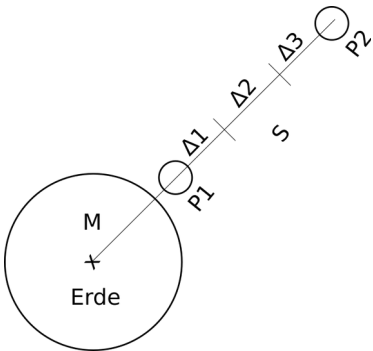


Berechnung der Arbeit im Gravitationsfeld

Bisher haben wir die Arbeit als Hubarbeit bezeichnet. Es galt:



($W_{\text{hub}} = m \cdot g \cdot h$), dabei ist ($m \cdot g = F_g$). Im Gravitationsfeld gilt aber, dass die Gewichtskraft immer kleiner wird, je weiter man sich von der Erde entfernt. Die Formel für die Hubarbeit betrachtet F_g als konstant. Sie ist deshalb falsch! [$W(\text{Arbeit}) = F \cdot s$]



Für die Verbesserung der Rechnung wenden wir zuerst eine Näherung an:

Der Weg wird in kleine Teilstücke zerlegt die alle gleich lang sind. Auf diesen Teilstücken ist die Kraft nahezu konstant.

Es gilt auf jedem n -ten Teilstück $W_n = F_n \cdot \Delta s_n$

Für das 1. Teilstück gilt dann: $W_1 = F_1 \cdot \Delta s_1$

Für das 5.: $W_5 = F_5 \cdot \Delta s_5$

Für die gesamte Arbeit gilt dann: $W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$

$$W = F_1 \cdot \Delta s_1 + F_2 \cdot \Delta s_2 + F_3 \cdot \Delta s_3 = \sum_{i=1}^3 F_i \cdot \Delta s_i$$

So sieht die Formel im Editor aus:

$W = F_{_1} \cdot \Delta s_{_1} + F_{_2} \cdot \Delta s_{_2} + F_{_3} \cdot \Delta s_{_3} = \text{sum from}\{i=1\} \text{ to } \{3\} F_{_i} \cdot \Delta s_{_i}$

Dieses Ergebnis ist noch sehr ungenau. Es kann verbessert werden, in dem man die Anzahl der Teilstücke erhöht. Dabei verkleinern sich die Intervalle bis ihre Größe gegen null geht. Die größte Genauigkeit erhält man wenn man über unendlich viele und unendlich kleine Intervalle summiert:

$$W_{12} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left(\sum_{i=1}^{\infty} F_i \cdot \Delta s_i \right)$$

So sieht die Formel im Editor aus:

$$W_{12} = \lim \text{ from } \{\Delta s \rightarrow 0\} \text{ left(sum from } \{i=1\} \text{ to } \{\infty\} F_i \text{ cdot } \Delta s_i \text{ right)}$$

Diese Summe über unendlich viele unendlich kleine Teilstücke ist gleich dem Integral:

$$W_{12} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left(\sum_{i=1}^{\infty} F_i \cdot \Delta s_i \right) = \int F_G ds$$

So sieht die Formel im Editor aus:

$$W_{12} = \lim \text{ from } \{\Delta s \rightarrow 0\} \text{ left(sum from } \{i=1\} \text{ to } \{\infty\} F_i \text{ cdot } \Delta s_i \text{ right) = int } F_G ds$$

r2

$$\int_{r1}^{r2} F_G ds = \int_{r1}^{r2} \gamma * m_1 * m_2 / r^2 ds =$$

$$\gamma * m_1 * m_2 \int_{r1}^{r2} 1 / r^2 dr = \gamma * m_1 * m_2 \left| - 1 / r \right|_{r1}^{r2}$$

$$W_{12} = \gamma * m_1 * m_2 * (- 1 / r_2 + 1 / r_1)$$

Am Ende ergibt sich die Formel für die Arbeit im Gravitationsgesetz vom Punkt 1 zum Punkt 2:

$$W_{12} = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

So sieht die Formel im Editor aus:

$$W_{12} = \gamma \text{ cdot } m_1 \text{ cdot } m_2 \text{ cdot left(1 over } r_1 \text{ - 1 over } r_2 \text{ right)}$$

Erstellt von Daniel mit Formeln von Herrn Ecker