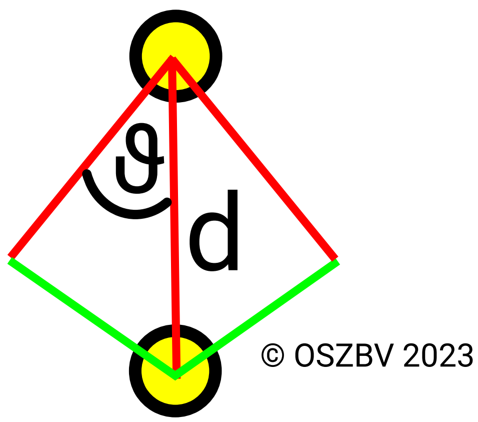
Berechnung des Gitterebenabstands von Graphit

Geometrie der Beugung:



Für die Phasenverschiebung (grüner Weg) gilt:

$$s = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta)$$

Die Ringe bei der Elektronenbeugung entstehen dort, wo die Wellen konstruktiv interferieren. Für diesen Fall muss die Phasenverschiebung ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein, also:

$$s = n \cdot \lambda$$

Gleichsetzen der beiden Formeln ergibt:

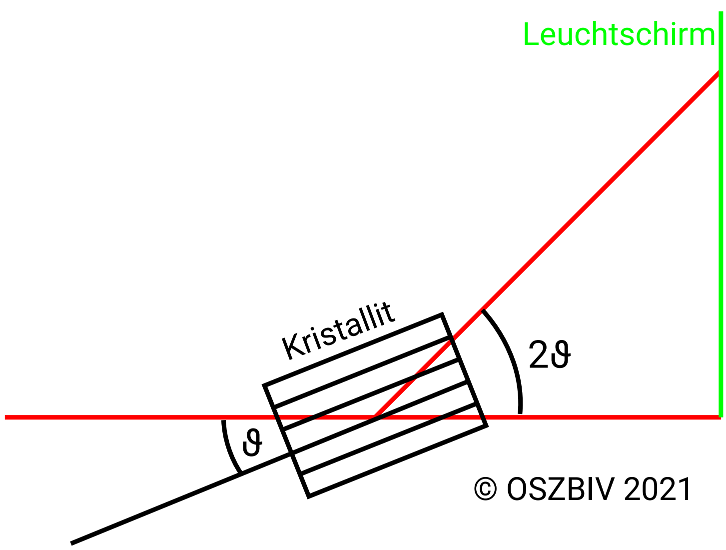
$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta)$ Bragg-Gleichung

Diese Formel wird nach dem englischen Physiker Bragg benannt.

Sie kann nach dem Gitterebenenabstand d umgestellt werden:

$d = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot \sin(\theta)}$ Für die Ringe gilt n = 1, weil es die ersten Maxima vom Mittelpunkt aus sind.

Es fehlt jetzt noch der Winkel θ, der aus folgender Skizze entnommen werden kann:



Es gilt die Winkelbeziehung:
$\tan(2\theta) = \frac{R}{l}$

Mit Hilfe der Umkehrfunktion arctan

erhält man:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{R}{l}\right)$$

Einsetzen des Winkels ergibt dann:

$$d=\frac{\lambda}{2\cdot\sin\left(\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{R}{l}\right)\right)}$$

Es muss außerdem noch ein Ausdruck für die Wellenlänge hergeleitet werden.
Nach de Broglie gilt:

$\lambda=\frac{h}{m_e\cdot v}$ und der Geschwindigkeit $v=\sqrt{\left(\frac{2\cdot U_B\cdot e}{m_e}\right)}$ ergibt sich:

$\lambda=\frac{h}{\sqrt{(2\cdot U_B\cdot e\cdot m_e)}}$ Diese Wellenlänge wir in die Gleichung für den Gitterebenenabstand eingesetzt:

$$d=\frac{h}{\sqrt{(2\cdot U_B\cdot e\cdot m_e)}\cdot 2\cdot\sin\left(\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{R}{l}\right)\right)}$$

Wir hatten im Experiment gemessen: U_B = 2000V, r_1=1,5cm (R). Für die Strecke l fanden wir in der Bedienungsanleitung der Elektronenbeugungs-Röhre 13,5cm. Die anderen Werte sind Naturkonstanten, die man im Tafelwerk oder im Internet findet.