

Herleitung der Formel für die Ladung

Ausgehend vom Kräftegleichgewicht im Schwebezustand:

$$F_{el} = F_G$$

mit $F_{el} = e \cdot E$ und $F_G = m \cdot g$ erhält man:

$$q \cdot E = m \cdot g \quad \text{oder} \quad q = \frac{m \cdot g}{E} \quad . \quad \text{Mit} \quad E = \frac{U}{d} \quad \text{erhält man durch Einsetzen:}$$

$$q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} \quad .$$

In dieser Gleichung ist nur die Masse der Öltröpfchen unbekannt und muss auf einem anderen Weg bestimmt werden.

Die Masse kann mit Hilfe der Dichte des Öls berechnet werden: $\rho_{öl} = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho_{öl} \cdot V$. Das Volumen der Öltröpfchen kann mit der vereinfachten Annahme berechnet werden, dass sie kugelförmig sind: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$. Leider ist auch in dieser Formel eine unbekannte Größe, der Radius des Öltröpfchens. Er kann mit Hilfe des Satzes von Stokes berechnet werden:

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

Fällt ein Körper in einem Gas oder einer Flüssigkeit so fliegt er nach kurzer Zeit mit einer konstanten Geschwindigkeit, d. h. Die auf ihn wirkenden Kräfte sind im Gleichgewicht. Einerseits wirkt auf das Öltröpfchen die Gewichtskraft und andererseits die Reibungskraft (der Auftrieb wird hier vernachlässigt).

$$F_G = F_R \quad \text{Also:} \quad m \cdot g = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad . \quad \text{Einsetzen von V ergibt:} \quad \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho \cdot g = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad \text{Diese}$$

Gleichung wird nach r aufgelöst: $r = \sqrt{\frac{9 \cdot v \cdot \eta}{2 \cdot \rho \cdot g}}$. Einsetzen in V und m ergibt dann:

$$m = \rho_{öl} \cdot V = \rho_{öl} \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\sqrt{\frac{9 \cdot v \cdot \eta}{2 \cdot \rho_{öl} \cdot g}} \right)^3 \quad . \quad \text{Diese Formel kann dann in die Formel für die Ladung}$$

$$q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} \quad \text{eingesetzt werden:}$$

$$q = \frac{\rho_{öl} \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\sqrt{\frac{9 \cdot v \cdot \eta}{2 \cdot \rho_{öl} \cdot g}} \right)^3 \cdot g \cdot d}{U}$$

In dieser Gleichung sind alle Größen bekannt oder messbar.