

Lösungsschema mit dem Energieansatz

1. Schritt gleichsetzen der Energien

$$E_{\text{vorher}} = E_{\text{nachher}}$$

2. Schritt einsetzen der Formeln der jeweiligen Energien

3. Schritt auflösen nach der gesuchten Größe

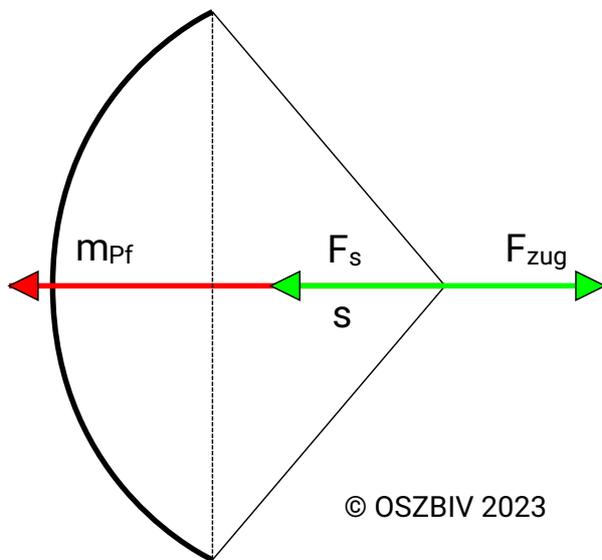
Übungsaufgabe:

Ein Bogen mit einer Zugkraft von 18kg wird um 71cm ausgezogen. Wie schnell ist ein Pfeil beim Abschuss, wenn er eine Masse von 20g besitzt?

Geg: $m_G = 18\text{kg}$, $s = 71\text{cm} = 0,71\text{m}$, $m_{\text{pf}} = 20\text{g} = 0,02\text{kg}$

Ges.: v

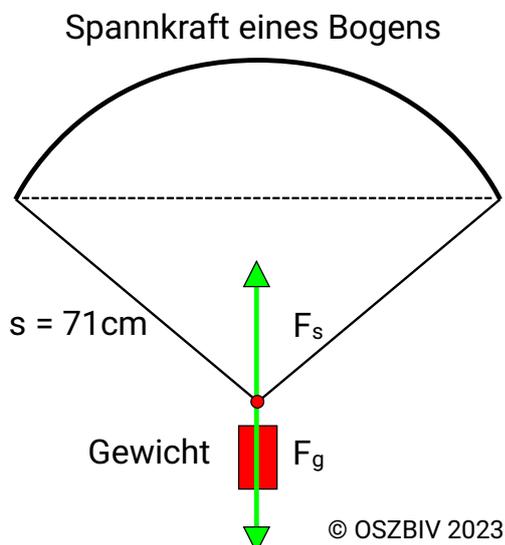
Skizze zur Aufgabe:



Vorbetrachtung:

Die Zugkraft von Bögen wird gemessen, indem der Bogen waagrecht gehalten und an der Sehne ein Gewicht befestigt wird. Das Gewicht muss so groß sein, dass der Bogen 28 Zoll (Inches) also 71,12cm ausgezogen wird.

Skizze zur Messung der Spannkraft:



Zuerst benötigen wir eine Ausdruck für die Federkonstante. Dieser kann mit Hilfe der Formel für die Gewichtskraft berechnet werden. Im ausgezogenen Zustand gilt:

$$F_s = F_G$$

Einsetzen der beiden Formeln für diese Kraft liefert:

$$D \cdot s = m_G \cdot g$$

D ist die Federkonstante, s die Ausdehnung, m_G die Masse des Gewichts und g die Fallbeschleunigung.

Auflösen nach D ergibt:

$$D = \frac{m_G \cdot g}{s} \text{ Die ist der gesuchte Ausdruck für die Federkonstante.}$$

Lösung der Aufgabe mit einem Energieansatz:

Wird ein Bogen gespannt, so besitzt er Spannenergie. Beim Loslassen des Pfeils wird diese Energie praktisch vollständig in Bewegungsenergie umgewandelt. Das führt zu folgendem Energieansatz:

1. Schritt $E_s = E_{kin}$

2. Schritt $\frac{1}{2} D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{pf} \cdot v^2$

3. Schritt $v = \sqrt{\left(\frac{D \cdot s^2}{m_{pf}}\right)}$ In diese Gleichung setzen wir noch den Ausdruck für die Federkonstante ein:

$v = \sqrt{\left(\frac{m_G \cdot g \cdot s^2}{m_{pf} \cdot s}\right)}$ lässt sich kürzen: $v = \sqrt{\left(\frac{m_G \cdot g \cdot s}{m_{pf}}\right)}$ Das ist die fertige Formel. Alle Größen einsetzen:

$v = \sqrt{\left(\frac{18 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,71 \text{ m}}{0,02 \text{ kg}}\right)} = 79,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Das ist die gesuchte Geschwindigkeit des Pfeils.